

СПИСОК

вопросов для экзамена по курсу
«УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»
(факультет ВМК, 3-й поток, 3-й курс, 2015/2016 учебный год)

Первый вопрос билета предполагает полный развернутый ответ со всеми необходимыми для этого доказательствами и объяснениями.
Второй вопрос билета предполагает конспективный ответ, не требующий полного обоснования.

СПИСОК

первых вопросов билета

1. Доказательство существования решения смешанной задачи для однородного уравнения теплопроводности с краевыми условиями 1-го рода.
2. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
3. Единственность и устойчивость решения смешанной краевой задачи для уравнения теплопроводности с краевыми условиями 1-го рода.
4. Единственность решения смешанной краевой задачи для уравнения теплопроводности для случая задания на концах отрезка краевых условий 1-го или 2-го рода.
5. Постановка задачи Коши для уравнения теплопроводности. Доказательство теоремы единственности.
6. Построение фундаментального решения (функции Грина) для уравнения теплопроводности на бесконечной прямой. Интеграл Пуассона.
7. Доказательство теоремы существования решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
8. Решение первой и второй краевых задач для уравнения теплопроводности на полупрямой методом продолжения.
9. Доказательство 1-ой и 2-ой формул Грина для оператора Лапласа в ограниченной области с гладкой границей.
10. Доказательство 3-ей (интегральной) формулы Грина для оператора Лапласа.
11. Свойства гармонических функций.
12. Доказательство принципа максимума для гармонических функций.
13. Единственность и устойчивость решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
14. Единственность решения внешней задачи Дирихле в двумерном и трехмерном случаях.
15. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения внутренней задачи Неймана.
16. Общее решение уравнения Лапласа в полярных координатах в круге.
17. Определение и свойства функции Грина для задачи Дирихле для уравнения Лапласа в трехмерном случае.

18. Потенциалы простого и двойного слоя. Свойства логарифмического потенциала двойного слоя с единичной плотностью.
19. Сведение внутренней задачи Дирихле к интегральному уравнению. Фредгольма II-го рода. Интегральное уравнение для круга.
20. Задача Коши для уравнения колебаний. Формула Д'Аламбера. Доказательство существования, единственности и устойчивости решения задачи Коши для уравнения колебаний.
21. Метод продолжения решения 1-ой и 2-ой краевых задач для уравнения колебаний струны на полупрямой.
22. Доказательство теоремы существования решения смешанной задачи для уравнения колебаний струны с краевыми условиями 1-го рода методом разделения переменных.
23. Интеграл энергии. Доказательство теоремы единственности решения смешанной задачи с краевыми условиями 1-го или 2-го рода.
24. Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Формула Пуассона.
25. Решение внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Формула Пуассона.

СПИСОК вторых вопросов билета

1. Задача с данными на характеристиках (задача Гурса). Сведение к эквивалентной системе интегральных уравнений.
2. Существование решения задачи Гурса с данными на характеристиках.
3. Единственность решения задачи Гурса с данными на характеристиках.
4. Сопряженный дифференциальный оператор в n -мерном случае.
5. Классификация уравнений с частными производными 2-го порядка с 2-мя независимыми переменными.
6. Вывод уравнения теплопроводности в пространстве.
7. Постановка основных задач для уравнения теплопроводности в одномерном случае.
8. Выражение оператора Лапласа в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат.
9. Фундаментальные решения уравнения Лапласа в двумерном и трехмерном случаях.
10. Постановка основных краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона.
11. Построение функции Грина для оператора Лапласа на плоскости с помощью конформных отображений.
12. Постановка основных задач для уравнения колебаний в одномерном случае.
13. Уравнение Бюргерса. Преобразование Коула-Хопфа. Решение задачи Коши для уравнения Бюргерса.
14. Формула среднего значения для гармонической функции.
15. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
16. Общее решение смешанной задачи для неоднородного уравнения колебаний с нулевыми краевыми условиями 1-го рода и нулевыми начальными условиями.
17. Интеграл Пуассона для решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
18. Интеграл энергии для уравнения колебаний.
19. Постановка внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в пространстве.
20. Постановка внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа на плоскости.
21. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике.
22. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в полосе.
23. Общее решение уравнения Лапласа в полярных координатах.
24. Разрыв логарифмического потенциала двойного слоя на границе области.
25. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в полуплоскости.